

1.- Enpresa batek ondasun bat ekoizten du A eta B faktoreak erabilita, horietako bakoitzetik x eta y kopuruak kontsumituz. Enpresaren ekoizpen funtzioa hau da: $Q(x, y) = 4x + 2y$ da; eta kostuen funtzioa, honakoa: $C(x, y) = 4x^2 + 4y^2$. Ekoiztutako unitate bakoitza 12 €tan saltzen da.

a) Zein da ekoizpen hoberena merkitik maximizatzeko?

b) Kostua minimizatzeko x eta y kopuru hoberenak lortu, guztira ondasun horretako 30 unitate ekoiztu behar baldin badira:

b.1) Lagrangeren biderkatzaileen metodoaz ebatzi

b.2) Zenbatean aldatuko litzateke kostua, gutxi gora behera, 31 unitate ekoiztuko balira?

2.- Enpresa txiki batek hiru langile ditu, bakoitzak astean 40 lanordu egiten dituelarik A eta B produktuak ekoizten. A unitate bat ekoizteko hiru lanordu behar dira eta B-en unitate bakoitzak, 4 lanordu behar ditu. Erabakita dago astean ez direla A produktuaren 32 unitate baino gehiago egingo, ez eta B produktuaren 12 unitate baino gehiago ere. A produktuaren unitate bakoitzak 6 m.u.ko mozkina ematen du, eta B-en unitate bakoitzak, 3 m.u. Mozkina maximizatzeko, astean produktu bakoitzetik zenbat unitate ekoiztu behar diren kalkulatu. Zenbatean ordaindu daitezke gehienera aparteko lanordu bat, enpresarentzat errentagarria izan dadin? Zein eragin edukiko luke ekoizpenean merkatuan B produktuaren 13 unitate saldu daitezkeela jakiteak? Primatu y_1 baliu ebatzi, eta **duala lasaiera osagarriaren teoremaz**.

3.-
$$\int_0^1 \int_0^1 (x + y) \, dx \, dy$$



MATEMATIKAK I

2021-01-08

Iraupena: 2 ordu

1. Honako funtzioa emanda: $f(x) = x e^{\frac{1}{x}}$
- a) bere izate-eremua kalkulatu.
 - b) $f(x)$ funtzioaren jarraitutasuna aztertu.
 - c) $f(x)$ funtzioaren deribagarritasuna aztertu.
 - d) $f(x)$ funtzioaren hurbilketa koadratikoa lortu $x_0 = 1$ puntuaren inguruan.
 - e) Aurreko atalean lortutako emaitzarekin, funtzioaren gutxi gora beherako balioa kalkulatu $x = 1,1$ denean.

(1,5 puntu)

2. $y = \frac{k - e^{-x^2}}{2x^2}$ funtzioa emanda (k =konstantea):

- a) y funtzioaren deribatua kalkulatu.
- b) Berdintza hau egiaztatzen dela frogatu: $xy' + 2y = e^{-x^2}$

(puntu 1)

3. a) Barrow-ren erregela enuntziatu.
- b) Barrow-ren erregela frogatu.
- c) Ondasun baten x unitate ekoiztearen kostu marjinala funtzio honek adierazten du:

$$C_{MA} = 150\sqrt{x}$$

Kostu totalen funtzioa kalkulatu, jakinda kostu finkoak 500 €koak direla.

- d) Kostu totalak kalkulatu, $x=25$ unitate ekoizten badira.

(1,5 puntu)

4. x -ren balioak lortu n . mailako determinante honen emaitza 0 izan dadin:

$$\begin{vmatrix} 5 & x & x & x & x & \dots & x & x \\ x & 5 & x & x & x & \dots & x & x \\ x & x & 5 & x & x & \dots & x & x \\ x & x & x & 5 & x & \dots & x & x \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x & x & x & x & x & \dots & 5 & x \\ x & x & x & x & x & \dots & x & 5 \end{vmatrix}$$

(puntu 1)

5. Ondoko matrizea emanda: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & m \\ m & 0 & m \\ -m & 0 & m \end{pmatrix},$

- a) Bere heina kalkulatu, m parametroaren balioen arabera.
b) $A \cdot X = B \cdot C$ ekuazio matritzialean X matrizea lortu $m=1$ bada, B eta C matrizeak honakoak izanik:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(puntu 1)

6. Honako matrize hau emanda: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$

- a) Bere autobalioak kalkulatu.
b) a parametroaren balioak aztertu A matrizea diagonalizagarria izan dadin.
c) D matrize diagonal adierazi, eta dagokion P matrize diagonalizatzailea ere, $a=2$ kasurako.

(1,5 puntu)



MATEMATIKAK II

2021-03-10

18:00

Izen-abizenak: _____ Taldea: _____

1.- A multzoa grafikoki adierazi eta arrazoinamendu geometrikoen bidez azaldu ea multzo irekia, itxia, bornatua eta konbexua den ala ez:

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq x^2, |x| < 2\}$$

2.- Demagun $f(\vec{x})$ dela m ordenako funtzio homogeneoa, $f(-2, 2) = 1$ eta $f(-1, 1) = 1$ betetzen duena. Funtzio homogeneoaren definizioa erabiliz, m -ren balioa kalkulatu

3.- Hurrengo funtzioaren hoberen globalak aurkitu, aipatzen den tartean

$$f(x) = x^2 \cdot \ln x, \quad [1/4, e] \text{ tartean}$$

3. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ kalkulatu
 2. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ kalkulatu
 1. $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$ kalkulatu
 1/5 - Integral

Konkret